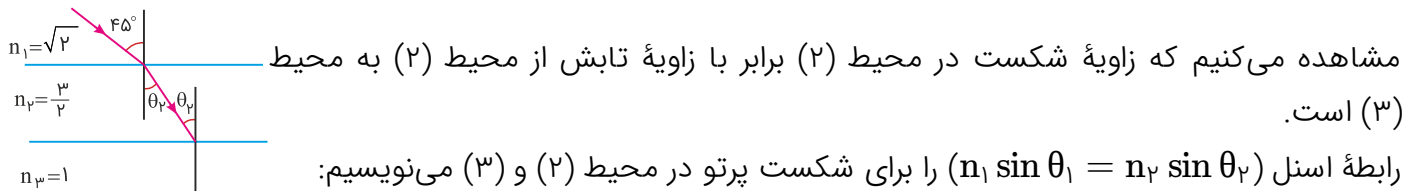




گزینه ۴

۱

ابتدا شکل پرتوی شکست در محیط دوم و پرتوی تابش از محیط (۲) به محیط (۳) را رسم می‌کنیم:

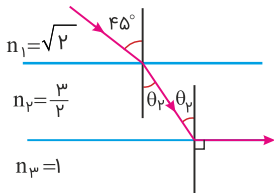


$$\sqrt{2} \sin 45^\circ = \frac{3}{2} \sin \theta_2 \Rightarrow \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{3} = \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2} \times \sin \theta_2 = 1 \times \sin \theta_3 \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \sin \theta_3 \Rightarrow \sin \theta_3 = 1 \Rightarrow \theta_3 = 90^\circ$$

حال زاویه انحراف پرتو در محیط (۳) به محیط (۲) را به دست می‌آوریم:

$$D = \theta_3 - \theta_1 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$



گزینه ۴

۲

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، دوره تناوب نوسان مجموعه جرم و فنر را به دست می‌آوریم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{100 \times 10^{-3}}{400}} = 2\pi \times \frac{1}{20\sqrt{10}} = 0.1s$$

گام دوم: تعداد نوسان‌های وزنه و فنر در یک دقیقه برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{60s}{0.1s} = 600$$

گام سوم: در هر نوسان کامل، طول مسیر نوسان ۲ بار توسط نوسانگر طی می‌شود؛ بنابراین به ازای ۶۰۰ نوسان کامل $1200 = 600 \times 2$ بار طول مسیر نوسان طی می‌شود.

گام اول: معادله مکان- زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega}{f} T &= \omega s \Rightarrow T = f s \\ A &= 20 \text{ cm} \\ x &= A \cos \frac{2\pi}{T} t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} x_{(\text{cm})} &= 20 \cos \frac{2\pi}{f} t \\ x_{(\text{cm})} &= 20 \cos \frac{\pi}{f} t \end{aligned}$$

گام دوم:

مکان نوسانگر را در لحظه‌های t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

$$x_1 (\text{cm}) = 20 \cos\left(\frac{\pi}{f} \times \frac{f}{3}\right) = 20 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 10 \text{ cm}$$

$$x_2 (\text{cm}) = 20 \cos\left(\frac{\pi}{f} \times \frac{4f}{3}\right) = 20 \cos \frac{4\pi}{3} = 20 \times \left(-\cos \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x_2 = -10\sqrt{3} \text{ cm}$$

گام سوم: حالا جابه‌جایی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -10\sqrt{3} - 10 = -10(1 + \sqrt{3})$$

$$r = \frac{r}{f} = 2 \text{ mm}$$

$$A = \pi r^2 = 3(2 \times 10^{-3})^2 = 12 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

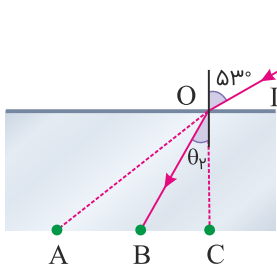
$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{300}{2/5 \times 10^3 \times 12 \times 10^{-6}}} = 100 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{500} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

به دلیل وارد آمدن نیروی F به وزنه، در نوسانگر تشدید رخ داده است بنابراین بسامد زاویه‌ای نیرو با بسامد زاویه‌ای نوسانگر برابر است، پس:

$$F = 3 \cos 2\omega t \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{نوسانگر}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2 \Rightarrow \frac{k}{m} = 4 \Rightarrow \frac{k}{0.2} = 4 \Rightarrow k = 0.8 \text{ N/m}$$



$$\frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{n_{\text{تیغه}}}{n_{\text{هوا}}} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{0.8}{\sin \theta_r} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin \theta_r = 0.6 \Rightarrow \theta_r = 37^\circ$$

$$\triangle OBC \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{BC}{OC} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{BC}{120} \Rightarrow BC = 90 \text{ cm}$$

$$OC = 120 \text{ cm} : \triangle OAC \Rightarrow \tan 53^\circ = \frac{AC}{OC} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{AC}{120} \Rightarrow AC = 160 \text{ cm}$$

$$AB = 160 - 90 = 70 \text{ cm}$$

ابتدا دوره نوسان آونگ به طول ℓ را به دست می‌آوریم. با زیاد شدن طول آونگ دوره نوسان آونگ افزایش می‌یابد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \xrightarrow{\ell_2 = 4\ell_1} \frac{T_1 + 3}{T_1} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_1 = 3 \text{ (s)}$$

طبق رابطه $n = \frac{\Delta t}{T}$ ، تعداد نوسان در یک دقیقه را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow n = \frac{60}{3} = 20$$

سرعت نوسانگر در هنگام عبور از وضع تعادل بیشینه است:

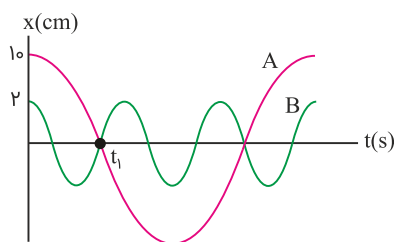
$$\frac{v_{\max}}{a_{\max}} = \frac{A\omega}{A\omega^2} = \frac{1}{\omega}$$

وقتی ۲۴۰ مرتبه طول پاره خط را طی کرده است، یعنی ۱۲۰ نوسان کامل انجام داده است:

$$n = 120 \Rightarrow T = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \text{ s}'$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \Rightarrow \frac{1}{\omega} = \frac{1}{4\pi}$$

گام اول: باتوجه به نمودار نسبت دوره تناوب دو نوسانگر برابر است با:



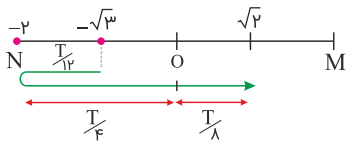
$$\left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{T_A}{4} \\ t_1 = \frac{3T_B}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_A}{4} = \frac{3T_B}{4} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{1}{3}$$

گام دوم: انرژی مکانیکی از رابطه $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$ به دست می‌آید. این رابطه را به صورت نسبتی بین دو نوسانگر می‌نویسیم:

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \mathfrak{F} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{10}{5}\right)^2 \times \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\frac{T_B}{T_A} = \frac{1}{3}} \mathfrak{F} = \frac{m_A}{m_B} \times (2)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{36}{25}$$

نوسانگر از مکان $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ مطابق شکل به مکان $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ منتقل شده است.



$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} + \frac{T}{8} = \frac{2T + 2T + 1.5T}{24} = \frac{5.5T}{24}$$

$$\omega = 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{5} \text{ (s)}$$

$$\Delta t = \frac{11}{24} \times \frac{2}{5} = \frac{11}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{11}{60} \text{ (s)}$$

جرم آونگ در دوره تناوب آن اثرگذار نیست. دوره تناوب آونگ را از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\sqrt{\frac{\pi^2 \times 0.36}{g}} = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ s}$$

حالا تعداد نوسان‌های کم‌دامنه را در مدت ۱ دقیقه به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow n = \frac{60}{1.2} = 50$$

می‌دانیم در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر صفر است، نوسانگر در انتهای مسیر قرار داشته و مقدار به‌دست‌آمده برای x همان دامنه است.

$$v = 0 \Rightarrow 0.2 - 8000x^2 = 0 \Rightarrow 8000x^2 = 0.2$$

$$x^2 = \frac{2 \times 10^{-1}}{8 \times 10^3} = \frac{1}{4} \times 10^{-4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \text{ m} = 0.5 \text{ cm} \Rightarrow A = 0.5 \text{ cm}$$

طول پاره‌خط نوسان دو برابر دامنه یعنی ۱ cm است.

با استفاده از رابطه $\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$ می‌توان نوشت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 20 \text{ dB} \Rightarrow 20 = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow 100 = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow 10 = \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \Rightarrow r_2 = 10 \text{ m}$$

بنابراین باید 18 m ($r_1 - r_2 = 20 - 10 = 10$) به چشمه صوت نزدیک شویم.

در لحظه‌هایی که متحرک در مکان‌های $x = A$ یا $x = -A$ است، شتاب متحرک بیشینه است. این لحظه‌ها مضرب صحیحی از نصف دوره تناوب‌اند. ابتدا دوره تناوب را به دست می‌آوریم:

$$x = 0.2 \cos \omega \pi t$$

$$\Rightarrow \omega \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{\omega} \text{ s}$$

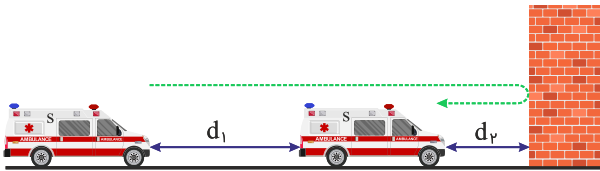
سپس نصف دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\omega} = \frac{1}{\omega} \text{ s}$$

حالا با بررسی گزینه‌ها می‌بینیم که گزینه "۲" گزینه درست است؛ چراکه مضرب صحیحی از $\frac{1}{\omega} \text{ s}$ است:

$$1/4 \text{ s} = 2 \times \frac{1}{\omega} \text{ s}$$

هنگامی که چشمه موج صوتی با تندی بیشتر از تندی انتشار صوت در محیط حرکت می‌کند، جبهه‌های موج قبلی توسط چشمه موج قطع می‌شود که این مورد در گزینه ۴ دیده می‌شود.



حداقل زمان برای تشخیص پژواک صدا و صدای اصلی باید ۰/۱ ثانیه باشد.

سرعت آمبولانس $v_1 = 20 \text{ m/s}$

سرعت صوت $v_2 = 340 \text{ m/s}$

$$d_1 = v_1 \times t = 20 \times 0.1 = 2 \text{ m}$$

$$d_1 + 2d_2 = v_2 \times t \Rightarrow 2 + 2d_2 = 340 \times 0.1 \Rightarrow d_2 = 16 \text{ m}$$

فاصله از مانع : $d = d_1 + d_2 = 16 + 2 = 18 \text{ m}$

تندی موج در هر محیط ثابت است؛ بنابراین گزینه‌های ۲ و ۳ نمی‌توانند درست باشند.

فاصله جبهه‌های موج در محیط (۱) بیشتر از محیط (۲) است؛ بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که $\lambda_1 > \lambda_2$ است. از آنجایی که بسامد موج ثابت است، از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $v_1 > v_2$ است.

چون یخ جامد است تندی حرکت صوت در یخ بیشتر از آب است و همچنین تندی صوت در آب بیشتر از هوا می‌باشد.

محل انفجار 200 m

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 90 = 0.5v \times 0.3 \Rightarrow v = 600 \text{ m/s}$$

یخ h_1

$$\Delta x = 2 \times 600 \times 0.1 = 120 \text{ m}$$

آب h_2

$$\Delta x = 5 \times 600 \times 0.1 = 300 \text{ m}$$

$\Rightarrow$ فاصله محل انفجار تا کف دریا $= 90 + 120 + 300 = 510 \text{ m}$

$$\frac{v_{\text{آب}}}{v_{\text{شیشه}}} = \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{شیشه}}} = \frac{n_{\text{شیشه}}}{n_{\text{آب}}} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{شیشه}}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{\lambda}$$

$$\lambda_{\text{آب}} = \lambda_{\text{شیشه}} + 50$$

$$\frac{\lambda_{\text{شیشه}} + 50}{\lambda_{\text{شیشه}}} = \frac{9}{\lambda} \Rightarrow \lambda_{\text{شیشه}} = 400 \text{ nm}$$

$$v_{\text{شیشه}} = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8}{\frac{3}{2}} = 2 \times 10^8 \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2 \times 10^8}{4 \times 10^{-7}} = \frac{1}{2} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz} \times 10^{-12} = 500 \text{ THz}$$

ابتدا شدت صوت چشمه را در فاصله ۲۰ متری آن حساب می‌کنیم:

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow 60 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I_1}{I_0} = 6 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^6$$

اگر به حدی از چشمه دور شویم که شدت صوت برابر I_0 (آستانه شنوایی = شدت صوت مبنا) شود، آن صوت به‌زحمت شنیده می‌شود. فاصله تا چشمه را در این حالت، با r_2 نشان می‌دهیم.

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \xrightarrow{(I_2=I_0)} \frac{I_1}{I_0} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = 10^6 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 10^3$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{20} = 10^3 \Rightarrow r_2 = 2 \times 10^4 \text{ m}$$

روش دوم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 20 \log \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow 0 - 60 = 20 \log \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \log \frac{r_1}{r_2} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 10^{-3} \Rightarrow r_2 = 2 \times 10^4 \text{ m}$$

گام اول: به کمک رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ، ω را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100\pi^2}{4}} = 5\pi \text{ rad/s}$$

گام دوم: از رابطه $v_{\max} = A\omega$ ، تندی بیشینه را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{\max} = \frac{5}{100} \times 5\pi = \frac{\pi}{4} \text{ m/s}$$

گام سوم: از رابطه $U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2$ ، بیشینه انرژی ذخیره‌شده در دستگاه جرم- فنر را به دست می‌آوریم:

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \times 100\pi^2 \times \left(\frac{1}{20}\right)^2 = \frac{100\pi^2}{400} = \frac{\pi^2}{4}$$

گام اول: پس از جدا شدن بخشی از وزنه، باقی‌مانده وزنه با همان ثابت نوسان که برابر با ثابت فنر است به حرکت نوسانی خود ادامه می‌دهد.

$$K = m\omega^2 = m'\omega'^2 \Rightarrow m\omega^2 = \left(m - \frac{1}{9}m\right)\omega'^2 \Rightarrow m\omega^2 = \frac{1}{9}m\omega'^2$$

$$\frac{\omega'^2}{\omega^2} = 9 \Rightarrow \frac{\omega'}{\omega} = 3 \quad (\text{I})$$

گام دوم: نوسانگر در لحظه t_2 در فاصله x از مرکز نوسان متوقف می‌شود بنابراین از این لحظه به بعد جسم باقی‌مانده با دامنه x و بسامد زاویه‌ای ω' به حرکت نوسانی خود ادامه می‌دهد و مطابق با فرض تست چون با همان سرعت بیشینه حالت اول از مرکز نوسان عبور می‌کند، داریم:

$$\text{حالت اول: } v_{\max} = A\omega = (12 \text{ cm})\omega$$

$$\text{حالت فعلی: } v_{\max} = x\omega'$$

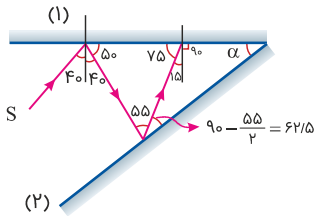
مقایسه دوم حالت:

$$(12 \text{ cm})\omega = x\omega' \Rightarrow \frac{\omega'}{\omega} = \frac{12}{x} \xrightarrow{(\text{I})} 3 = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

باتوجه به این دو نکته که زوایای تابش و بازتابش باهم برابرند و مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است، مسئله را حل می‌کنیم:

$$\alpha + 90^\circ + 15^\circ + 62/5^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 90^\circ - 77/5^\circ = 12/5^\circ$$



$$\frac{T}{f} = \frac{1}{100} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{0.5}{0.04} = 12.5 \Rightarrow \Delta x = 12.5 \lambda$$

$$\frac{3\lambda}{4} = 15 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$\frac{v}{v_m} = \frac{\frac{\lambda}{T}}{A\omega} = \frac{\frac{\lambda}{T}}{A \times \frac{2\pi}{T}} = \frac{\lambda}{2\pi A} = \frac{0.2}{2\pi \times 0.1} = \frac{1}{\pi}$$

تندی انتشار هر دو موج در خلأ یکسان است.

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{f_T}{f_R} = \frac{\lambda_R}{\lambda_T} = \frac{150 \times 10^3}{15 \times 10^{-2}} = 10^6$$